УДК 533.72
DOI: 10.18384-2310-7251-2017-3-84-96

ПРИБЛИЖЁННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ МОДУЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ДИФФУЗИОФОРЕТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ТВЁРДОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

Ефремов В.Е.[1]***, Кузьмин М.К.***[2]

[1] *Российский государственный социальный университет*
129226, г. Москва, ул. Вильгельма Пика, д. 4, стр. 1, Российская Федерация

[2] *Московский государственный областной университет*
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация

Аннотация. В работе продолжается построение теории нестационарного диффузиофореза крупных твёрдых нелетучих частиц сферической формы в вязкой газовой среде методом интегральных преобразований Лапласа. Получены приближенные формулы для расчёта модуля нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости сферической частицы в конкретном случае диффузиофореза. Проведено исследование нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости по её приближенным формулам при больших и малых значениях времени. Авторы пришли к выводу о зависимости модуля нестационарной составляющей скорости диффузиофореза от свойств вещества частицы и параметров газовой смеси.

Ключевые слова: нестационарный диффузиофорез, сферическая частица, нестационарная составляющая скорости.

APPROXIMATE FORMULAE FOR CALCULATING THE MODULUS OF A NONSTATIONARY DIFFUSIOPHORESIS VELOCITY COMPONENT OF A SOLID SPHERICAL PARTICLE

V. Efremov[1]***, M. Kuzmin***[2]

[1] *Russian State Social University*
ul. Vil'gel'ma Pika 4/1, 129226 Moscow, Russian Federation

[2] *Moscow Region State University*
ul. Radio 10A, 105005 Moscow, Russian Federation

Abstract. We continue to construct a theory of nonstationary diffusiophoresis of large solid non-volatile spherical particles in a viscous gas medium by the method of Laplace integral transforms. Approximate formulae are obtained for calculating the modulus of a nonstationary diffusiophoresis velocity component of a spherical particle in a particular case of diffusiophoresis. The nonstationary diffusiophoresis velocity component from its approximate formulae for long and short times is investigated. A conclusion is drawn that the nonstationary diffusiophoresis

velocity component module depends on the properties of a particle substance and parameters of the gas mixture.

Key words: nonstationary diffusiophoresis, spherical particle, nonstationary velocity component.

1. Основные формулы

Изучению движения сферических аэрозольных частиц во внешних полях посвящён целый ряд работ [5; 6; 8; 9; 11–16]. В работах [2–4] была поставлена задача построения теории нестационарного диффузиофоретического движения крупной твердой нелетучей сферической частицы в вязкой газовой среде и решены гидродинамическая и диффузионная задачи. Рассматривалась твёрдая одиночная нелетучая частица сферической формы радиуса R, взвешенная в неоднородной по концентрации бинарной вязкой несжимаемой газовой смеси. Во внешней газовой среде на относительно большом удалении от аэрозольной частицы ($r >> R$) предполагалось наличие градиентов концентраций $\left[\nabla C_2\left(t\right)\right]_\infty$ и $\left[\nabla C_2\left(t\right)\right]_\infty$ (t – время), причём

$$\left[\nabla C_1\left(t\right)\right]_\infty = -\left[\nabla C_2\left(t\right)\right]_\infty .$$

При построении общей теории предполагалось, что нестационарный диффузиофорез является непосредственным продолжением стационарного процесса диффузиофореза [3; 4]. Градиент концентрации $\left[\nabla C_1\left(t\right)\right]_\infty$ был представлен в виде суммы стационарного и строго нестационарного градиентов:

$$\left[\nabla C_1\left(t\right)\right]_\infty = \left(\nabla C_1^{(1)}\right)_\infty + \left[\nabla C_1^{(2)}\left(t\right)\right]_\infty ,$$

где

$$\left(\nabla C_1^{(1)}\right)_\infty = \left\{\left[\nabla C_1\left(t\right)\right]_\infty\right\}_{|t=0} ,$$

следовательно,

$$\left\{\left[\nabla C_1^{(2)}\left(t\right)\right]_\infty\right\}_{|t=0} = 0.$$

В соответствии с нашим предположением, диффузиофоретическая скорость аэрозольной частицы $\vec{u}_D\left(t\right)$ состоит из стационарной и строго нестационарной составляющих:

$$\vec{u}_D\left(t\right) = \vec{u}_{1D} + \vec{u}_{2D}\left(t\right),$$

где

$$\vec{u}_{1D} = \vec{u}_D\left(t\right)_{|t=0} ,$$

следовательно,

$$\vec{u}_{2D}\left(t\right)_{|t=0}=0.$$

Гидродинамическая и диффузионная задачи нестационарного диффузиофореза твёрдой крупной нелетучей сферической аэрозольной частицы в несжимаемой вязкой газовой среде были разделены на стационарную и строго нестационарную части. В результате решения стационарных частей этих задач была получена окончательная формула для определения стационарной составляющей скорости диффузиофореза сферической частицы:

$$\vec{u}_{1D}=-K_{sl}D_{12}\left(\nabla C_1^{(1)}\right)_{\infty},$$

где K_{sl} – коэффициент диффузионного скольжения газа вдоль поверхности аэрозольной частицы, D_{12} – коэффициент взаимной диффузии.

Для решения нестационарных дифференциальных уравнений в работах [2–4] было использовано интегральное преобразование Лапласа следующего вида:

$$F\left(p\right)=L\left\{f\left(t\right)\right\}=\int_0^{\infty}f\left(t\right)\exp\left(-pt\right)dt,$$

где p – комплексный параметр. Приведём формулу для определения нестационарной составляющей скорости диффузиофореза рассматриваемой сферической частицы в пространстве лапласовых изображений [2; 3]:

$$U_2=K_{sl}D_{12}F_U\left(p\right)\cdot F_S\left(p\right)\cdot G_{\infty}\left(p\right), \tag{1.1}$$

где

$$F_U\left(p\right)=\frac{6\rho_e\left(\nu+R\sqrt{\nu\cdot p}\right)}{2R^2\left(\rho_e-\rho_i\right)p+9\rho_e\left(\nu+R\sqrt{\nu\cdot p}\right)},$$

$$F_S\left(p\right)=1+\frac{2K_{3/2}}{K_{3/2}-2R\sqrt{p/D_{12}}K'_{3/2}}, \tag{1.2}$$

$$U_2=U_2\left(p\right)=L\left\{\left|\vec{u}_{2D}\left(t\right)\right|\right\},$$

$$G_{\infty}\left(p\right)=L\left\{\left|\left[\nabla C_1^{(2)}\left(t\right)\right]_{\infty}\right|\right\}.$$

Далее, ρ_i, ρ_e – плотности вещества частицы и газовой среды соответственно, ν – коэффициент кинематической вязкости среды. В выражении (1.2) фигурирует модифицированная функция Бесселя второго рода:

$$K_{3/2}\left(z\right)=\sqrt{\frac{\pi}{2z}}\left(1+\frac{1}{z}\right)e^{-z},$$

а также её производная. Она зависит от параметра p следующим образом:

$$K_{3/2} = K_{3/2}(z),$$

$$K'_{3/2} = K'_{3/2}(z),$$

$$z = R\sqrt{p/D_{12}}.$$

Чтобы упростить форму записи в дальнейшем довольно часто будем использовать обозначение неотрицательной функции $\left|\left[\nabla C_1^{(2)}(t)\right]_\infty\right|$ через $g_\infty(t)$.

В работе [1] путём перехода в формуле (1.1) в пространство оригиналов были получены общие формулы для определения модуля строго нестационарной составляющей скорости диффузиофореза сферической аэрозольной частицы:

$$\left|\vec{u}_{2D}(t)\right| = K_{sl} D_{12} f_{uD}(t) * g_\infty(t) \left(\rho_e \neq \rho_i\right), \tag{1.3}$$

$$\left|\vec{u}_{2D}(t)\right| = \frac{2}{3} K_{sl} D_{12}\left[g_\infty(t) + \tilde{f}(t) * g_\infty(t)\right]\left(\rho_e = \rho_i\right). \tag{1.4}$$

В формулах (1.3) и (1.4):

$$L^{-1}\left\{F_U(p)\cdot F_S(p)\right\} = f_{uD}(t) = L^{-1}\left\{F_U(p)\right\} + L^{-1}\left\{F_U(p)\cdot\tilde{F}(p)\right\},$$

$$\tilde{F}(p) = \frac{\dfrac{R}{\sqrt{D_{12}}}\sqrt{p}+1}{\dfrac{R^2}{D_{12}}p + \dfrac{2R}{\sqrt{D_{12}}}\sqrt{p}+2},\ \tilde{f}(t) = \frac{\sqrt{D_{12}}}{2R}\left(\frac{2}{\sqrt{\pi t}} + \sum_{j=3}^{4} z_j \varphi\left(z_j, t\right)\right),$$

где

$$\varphi\left(z_j, t\right) = \exp\left(z_j^2 t\right)\cdot erfc\left(-z_j\sqrt{t}\right), \tag{1.5}$$

причём

$$z_j = -\frac{3\rho_e\sqrt{\nu}}{4R\left(\rho_e - \rho_i\right)}\left[3 + (-1)^j\sqrt{1 + 8\rho_i/\rho_e}\right]\ \left(j = 1,\ 2\right),$$

символ * обозначает операцию свёртывания.

В работе [1] был рассмотрен конкретный случай диффузиофореза, когда градиент концентрации задается с помощью функции:

$$g_\infty(t) = \left|\left[\nabla C_1^{(2)}(t)\right]_\infty\right| = A\cdot\left(1 - e^{-\omega t}\right),$$

где A и ω – постоянные положительные величины, имеющие размерности1/м и 1/с соответственно.

Вычислением свёрток в выражениях (1.3), (1.4) были получены формулы для нахождения модуля строго нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости для рассматриваемого случая. Если $\rho_e \neq \rho_i$, то

$$\left|\vec{u}_{2D}\left(t\right)\right| = AK_{sl}D_{12} - AK_{sl}D_{12}\cdot\left(\sum_{j=1}^{2}\lambda_j\frac{\omega}{\omega+z_j^2}+2\Delta\frac{\omega^2R^4}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\right)\cdot\psi\left(\omega,t\right)+$$

$$+AK_{sl}D_{12}\sum_{j=1}^{2}\lambda_j\frac{\omega}{z_j\left(\omega+z_j^2\right)}\varphi\left(z_j,t\right)+AK_{sl}D_{12}\cdot\left(\sum_{j=1}^{2}\lambda_j\frac{z_j}{\omega+z_j^2}-\right.$$

$$\left.-2\Delta\frac{R\left(\omega R^2+2D_{12}\right)\sqrt{D_{12}}}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\right)\cdot e^{-\omega t}-\Delta\frac{AK_{sl}\omega R^5\sqrt{D_{12}}}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\left\{\left(\omega+\frac{2D_{12}}{R^2}\right)\cdot\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)+\right.$$

$$+\left(\omega-\frac{2D_{12}}{R^2}\right)\cdot\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)+2S\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\cdot\left[\frac{2D_{12}}{R^2}\cdot\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)-\omega\cdot\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\right]-$$

$$\left.-2C\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\cdot\left[\omega\cdot\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)+\frac{2D_{12}}{R^2}\cdot\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\right]\right\}. \qquad (1.6)$$

Если $\rho_e = \rho_i$, то формула имеет вид:

$$\left|\vec{u}_{2D}\left(t\right)\right| = AK_{sl}D_{12}-\frac{2}{3}AK_{sl}D_{12}\frac{\omega^2R^3\sqrt{D_{12}}}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\psi\left(\omega,t\right)-$$

$$-\frac{2}{3}AK_{sl}D_{12}\left[1+\frac{D_{12}\left(\omega\cdot R^2+2\cdot D_{12}\right)}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\right]e^{-\omega t}-$$

$$-\frac{2}{3}AK_{sl}D_{12}\frac{\omega\cdot R^4}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\left\{\left(\frac{\omega}{2}+\frac{D_{12}}{R^2}\right)\cdot\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)+\left(\frac{\omega}{2}-\frac{D_{12}}{R^2}\right)\times\right.$$

$$\times\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)+S\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\cdot\left[\frac{2\cdot D_{12}}{R^2}\cdot\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)-\omega\cdot\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\right]-$$

$$\left.-C\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\cdot\left[\omega\cdot\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)+\frac{2\cdot D_{12}}{R^2}\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\right]\right\}. \qquad (1.7)$$

В формулах (1.6), (1.7):

$$\psi\left(\omega,t\right)=\frac{e^{-\omega t}\cdot erfi\left(\sqrt{\omega\cdot t}\right)}{\sqrt{\omega}}, \qquad (1.8)$$

$C(z)$, $S(z)$ – интегралы Френеля, они имеют вид:

$$C\left(z\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z\frac{\cos x}{\sqrt{x}}\,dx,\quad S\left(z\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z\frac{\sin x}{\sqrt{x}}\,dx.$$

2. Приближённые формулы для вычисления модуля нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости частицы сферической формы в конкретном случае диффузиофореза

Формулы (1.6) и (1.7) очень сложны для проведения расчётов. Получим приближенные формулы для вычисления модуля нестационарной составляющей скорости диффузиофореза рассматриваемой частицы при малых и больших значениях времени.

В выражениях (1.6), (1.7) фигурируют функции (1.5), (1.8). Воспользуемся асимптотическими приближениями этих функций при $t \to 0$ и $t \to \infty$. Приведём формулы для их представления при больших и малых значениях аргумента, которые основаны на асимптотических разложениях интеграла вероятности. Для малых значений аргумента t имеем:

$$\varphi\left(z_j,t\right)=\left[1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(z_j^2 t\right)^k}{k!}\right]\cdot\left\{1+2z_j\sqrt{\frac{t}{\pi}}\cdot\left[1+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^m\cdot\left(z_j^2 t\right)^m}{m!\cdot\left(2m+1\right)}\right]\right\}, \qquad (2.1)$$

$$\psi\left(\omega,t\right)=2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n\cdot\left(2\omega\cdot t\right)^n}{\left(2n+1\right)!!}. \qquad (2.2)$$

Для больших значений аргумента t справедливы следующие формулы:

$$\varphi\left(z_j,t\right)=-\frac{1}{z_j\sqrt{\pi t}}\cdot\left[1+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^m\cdot\left(2m+1\right)!!}{\left(2m+1\right)\cdot\left(2z_j^2 t\right)^m}\right], \qquad (2.3)$$

$$\psi\left(\omega,t\right)=-\frac{i\cdot e^{-\omega t}}{\sqrt{\omega}}+\frac{1}{\omega\sqrt{\pi t}}\cdot\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(2n-1\right)!!}{\left(2\omega\cdot t\right)^n}\right]. \qquad (2.4)$$

Хорошо известно следующее разложение функции $e^{-\omega t}$:

$$e^{-\omega t}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^k\left(\omega\cdot t\right)^k}{k!} \quad \left(\omega\cdot t<\infty\right). \qquad (2.5)$$

Заметим, что имеет место соотношение:

$$e^{-\omega t}=o\left(\frac{1}{t^k\sqrt{t}}\right) \quad \left(t\to\infty,\ \ k=0,1,2,\ldots\right). \qquad (2.6)$$

Из разложений (2.1)-(2.5), принимая во внимание соотношение (2.6), возьмем следующие приближения:

$$\varphi\left(z_j,t\right)\approx 1+2z_j\sqrt{\frac{t}{\pi}}+z_j^2\cdot t \quad \left(t\to 0\right), \qquad (2.7)$$

$$\varphi(z_j,t)\approx-\frac{1}{z_j\sqrt{\pi t}}\left(1-\frac{1}{2z_j^2t}\right)\quad(t\to\infty),\tag{2.8}$$

$$\psi(\omega,t)\approx 2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\quad(t\to 0),\tag{2.9}$$

$$\psi(\omega,t)\approx\frac{1}{\omega\sqrt{\pi t}}\left(1+\frac{1}{2\omega\cdot t}\right)\quad(t\to\infty),\tag{2.10}$$

$$e^{-\omega t}\approx 1-\omega\cdot t\quad(t\to 0),\tag{2.11}$$

$$\sin\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\approx\frac{2D_{12}}{R^2}t\quad(t\to 0),\tag{2.12}$$

$$C\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)\approx\frac{2}{R}\sqrt{\frac{D_{12}\cdot t}{\pi}}\quad(t\to 0).\tag{2.13}$$

Далее для ссылок приведём следующие предельные равенства:

$$\lim_{t\to 0}\cos\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)=1,\tag{2.14}$$

$$\lim_{t\to 0}S\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)=0,\tag{2.15}$$

$$\lim_{t\to\infty}C\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)=\lim_{t\to\infty}S\left(\frac{2D_{12}}{R^2}t\right)=\frac{1}{2},\tag{2.16}$$

$$\lim_{t\to\infty}e^{-\omega t}=0.\tag{2.17}$$

Теперь, пользуясь равенствами (1.6), (1.7) и соотношениями (2.7)-(2.17), составим приближенные формулы для вычисления модуля нестационарной составляющей скорости диффузиофореза частицы при больших и малых значениях времени. Получаем:

$$\left|\vec{u}_{2D}(t)\right|\approx\frac{16}{\sqrt{\pi}}\frac{\Delta\cdot AK_{sl}\cdot\omega\cdot D_{12}^3}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}t\sqrt{t}\quad(\rho_e\neq\rho_i,\ \ t\to 0),\tag{2.18}$$

$$\left|\vec{u}_{2D}(t)\right|\approx AK_{sl}D_{12}\left\{1-\left[\sum_{j=1}^{2}\frac{\lambda_j}{z_j^2}+2\Delta\frac{\omega\cdot R^4}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\right]\frac{1}{\sqrt{\pi t}}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{2}\lambda_j\frac{\omega-z_j^2}{z_j^4\omega}-2\Delta\frac{R^4}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\right]\frac{1}{t\sqrt{\pi t}}\right\}\quad(\rho_e\neq\rho_i,t\to\infty),\tag{2.19}$$

$$\left|\vec{u}_{2D}\left(t\right)\right| \approx \frac{2}{3} AK_{sl}D_{12}\omega\cdot t\cdot\left\{1+\frac{8}{R\sqrt{\pi}}\frac{D_{12}^2\sqrt{D_{12}\cdot t}}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\right\}\quad\left(\rho_e=\rho_i, t\to 0\right),$$

$$\left|\vec{u}_{2D}\left(t\right)\right| \approx AK_{sl}D_{12}\left\{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{D_{12}}{\pi t}}\frac{\omega\cdot R^3}{\omega^2R^4+4D_{12}^2}\left(1+\frac{1}{2\omega\cdot t}\right)\right\}\quad\left(\rho_e=\rho_i, t\to \infty\right).$$

3. Исследование нестационарной составляющей скорости диффузиофореза по её приближенным формулам для различных газов и для сферических частиц, которые состоят из конкретных материалов

Как известно, одним из опасных факторов металлообрабатывающего производства является повышенная загазованность и запыленность воздуха рабочей зоны.

Рассмотрим плазменную резку алюминиевых сплавов и газовую резку легированной стали. При резке выделяются диоксид азота (NO_2), оксид углерода (CO) и пыль оксида алюминия (Al_2O_3 (корунд), ρ_i = 3965 кг/м^3) или оксида железа

(Fe_2O_3, ρ_i = 5240 кг/м^3) соответственно. Именно поэтому в качестве примеров будем рассматривать комбинации частиц данных оксидов металлов с указанными газами.

Рассмотрим одиночные сферические частицы ($R = 10^{-5}$ м), которые взвешены в смеси воздуха и диоксида азота или оксида углерода. Причём считаем, что давление P = 0,1 МПа и температура T = 293 К. Отметим, что коэффициент диффузии для рассматриваемых бинарных газовых смесей мы вычисляли, пользуясь подходом Чена и Отмера, по формуле:

$$D_{12}=\frac{0,43\left(\frac{T}{100}\right)^{1,81}\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)^{0,5}}{P\left(\frac{T_{\text{кр.1}}T_{\text{кр.2}}}{10000}\right)^{0,1406}\left[\left(\frac{V_{\text{мкр.1}}}{100}\right)^{0,4}+\left(\frac{V_{\text{мкр.2}}}{100}\right)^{0,4}\right]^2},$$

где $T_{\text{кр.1}}$ и $T_{\text{кр.2}}$ – критические температуры газов, M_1, M_2 – молекулярные массы газов, $V_{\text{мкр.1}}$ и $V_{\text{мкр.2}}$ – критические объёмы газов. Для системы «воздух – CO» находим $D_{12} = 0,087 \cdot 10^{-4}$ м^2/с, а для системы «воздух – NO_2» – $D_{12} = 0,065 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

Пользуясь формулой (2.18), построим графики, которые отражают изменение скорости движения сферических частиц при малых значениях времени (рис. 1).

Из рис. 1 видно, что движение частиц при малых значениях времени является ускоренным. Сравнив линии 1 и 2 или 3 и 4, можно прийти к выводу, что модуль нестационарной составляющей скорости диффузиофореза частицы больше, когда коэффициент диффузии больше. При сравнении линий 1 и 3 или 2 и 4 замечаем, что модуль нестационарной составляющей скорости диффузиофореза частицы будет больше, когда плотность частицы меньше.

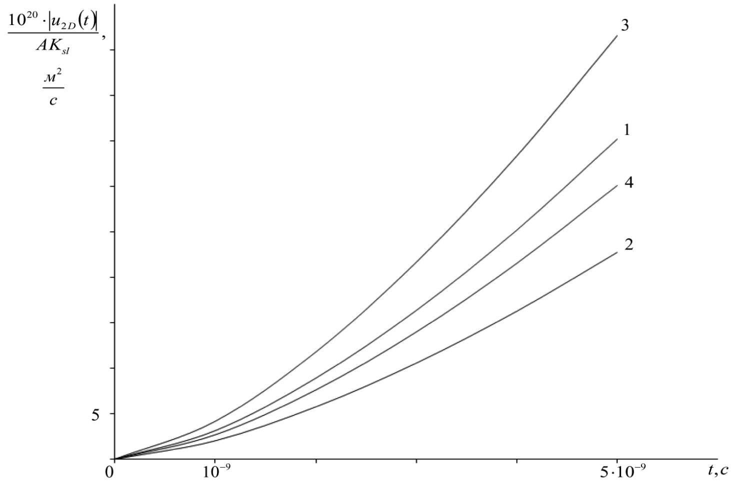

Рис. 1. Линии 1–4 показывают изменение модуля нестационарной составляющей скорости диффузиофореза сферической аэрозольной частицы при малых значениях времени в следующих случаях: 1) воздух – CO, Fe_2O_3; 2) воздух – NO_2, Fe_2O_3; 3) воздух – CO, Al_2O_3; 4) воздух – NO_2, Al_2O_3

Далее, переходим к исследованию диффузиофоретической скорости частицы сферической формы при больших значениях времени. С помощью формулы (2.19) построим графики функций для каждого из примеров по выражению $\left|\vec{u}_{2D}(t)\right| - AK_{sl}D_{12}$ (т. е. совмещаем все асимптоты с осью времени) (рис. 2). Очевидно, что при больших временах будет происходить замедление движения частиц. Сравнивая линии 1 и 2 или 3 и 4, можем заметить, что модуль нестационарной составляющей скорости диффузиофореза частицы больше, когда коэффициент диффузии меньше. После сравнения линий 1 и 3 или 2 и 4, можем сделать вывод, что модуль нестационарной составляющей скорости диффузиофореза рассматриваемой частицы больше, когда плотность частицы больше.

Следует заметить, что при изменении давления или температуры картина протекания процесса не будет меняться существенно. При понижении давления модуль нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости частицы увеличивается, при понижении или повышении температуры модуль нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости частицы соответственно уменьшается или увеличивается.

При стремлении времени к бесконечности строго нестационарный градиент концентрации стремится к постоянному вектору. Следовательно, нестационарный процесс перейдёт в стационарный. Таким образом, установленная зависимость между величинами давления и модуля нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости частицы должна иметь место и в случае стационарного диффузиофореза.

В экспериментальной работе А.И. Сторожиловой [7] скорость диффузиофореза определялась по отклонению тонкой аэрозольной струи. При измерениях был использован аэрозоль вазелинового масла, полученный конденсационным методом. Была рассмотрена зависимость скорости диффузиофореза аэрозольных частиц от величины $1/p^2$, где p – давление.

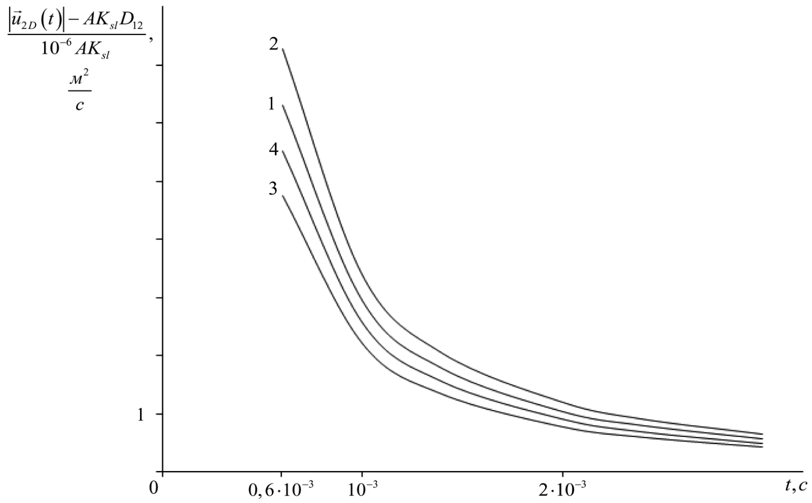

Рис. 2. Линии 1–4 показывают изменение нестационарной составляющей скорости диффузиофореза сферической аэрозольной частицы при больших временах в следующих случаях: 1) воздух – CO, Fe_2O_3; 2) воздух – NO_2, Fe_2O_3; 3) воздух – CO, Al_2O_3; 4) воздух – NO_2, Al_2O_3

Б.В. Дерягин и Ю.И. Яламов установили, что построенная ими теория диффузиофореза больших нелетучих аэрозольных частиц согласуется с экспериментальными данными, полученными А.И. Сторожиловой для чисел Кнудсена $K_n < 0{,}5$[10]. Следует заметить, что в соответствии с данными, полученными в работе [7], при понижении давления диффузиофоретическая скорость увеличивается, что согласуется с результатами, полученными в настоящей работе.

Заключение

В заключение отметим, что проведенное исследование нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости частицы по её приближенным формулам позволяет сделать вывод о том, что модуль нестационарной составляющей скорости диффузиофореза существенно зависит от плотности частицы и параметров газовой смеси.

Также заметим, что построенная теория нестационарного диффузиофореза крупной твёрдой нелетучей частицы сферической формы согласуется с экспериментальными данными и может служить основой для исследования движения аэрозольных частиц в вязкой газовой среде под действием любого заданного нестационарного градиента концентрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефремов В.Е. О нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости твердой сферической частицы. М.: Московский государственный областной университет, 2013. 19 с. Деп. в ВИНИТИ 21.03.2013 № 82-В 2013.
2. Ефремов В.Е. Решение задач нестационарного диффузиофореза // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2013. № 3. С. 20–28.
3. Ефремов В.Е., Кузьмин М.К. Гидродинамическая и диффузионная задачи в теории нестационарного диффузиофореза сферических частиц // Инженерно-физический журнал. Т. 87. 2014. № 4. С. 919–928.
4. Ефремов В.Е., Кузьмин М.К. Решение гидродинамической задачи в теории нестационарного диффузиофореза крупной твердой нелетучей сферической частицы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2012. № 2. С. 15–29.
5. Малай Н.В., Калюжная Е.В., Морель Д.А., Щукин Е.Р. К вопросу о термофорезе нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. Т. 20. 2015. № 1. С. 92–97.
6. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р. Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // Прикладная механика и техническая физика. Т. 57. 2016. № 2 (336). С. 164–171.
7. Сторожилова А.И. Измерение скорости движения аэрозольных частиц в поле диффузии водяного пара // Докл. АН СССР. Т. 155. 1964. № 2. С. 426–429.
8. Щукин Е.Р., Малай Н.В., Шулиманова З.Л., Стукалов А.А. О фотофорезе однородной по теплопроводности умеренно крупной чёрной аэрозольной частицы // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика. Т. 43. 2016. № 13 (234). С. 96–103.
9. Щукин Е.Р., Малай Н.В., Шулиманова З.Л. Фотофоретическое движение твёрдой умеренно крупной аэрозольной частицы в поле электромагнитного излучения // Вестник Московского государственного технологического университета «СТАНКИН». 2016. №3 (38). С. 92–96.
10. Яламов Ю.И., Дерягин Б.В. Теория диффузиофореза больших нелетучих аэрозольных частиц. Докл. АН СССР. Т. 165. 1965. № 2. С. 364–367.
11. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. Термофорез неоднородных по теплопроводности сублимирующих аэрозольных частиц // Журнал технической физики. Т. 74. 2004. № 7. С. 13–18.
12. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. Термофорез твёрдой сферической крупной аэрозольной частицы с переменной теплопроводностью с учётом скачка температуры на поверхности. М.: Московский педагогический университет, 1995. 23 с. Деп. в ВИНИТИ № 3194-В95.
13. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. Термофорез твердой сферической крупной аэрозольной частицы с учётом инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики. М.: Московский педагогический университет, 1995. 33 с. Деп. в ВИНИТИ № 3196-В95.
14. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. Теория движения сублимирующих и взаимодействующих твёрдых сферических неоднородных аэрозольных частиц во внешних полях: монография. М.: Московский государственный областной университет, 2006. 221 с.
15. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. Теория термофореза неоднородных аэрозольных частиц // Теплофизика высоких температур. Т. 34. 1996. № 6. С. 929–935.
16. Яламов Ю.И., Хасанов А.С. Фотофорез крупных сублимирующих аэрозольных частиц // Теплофизика высоких температур. Т. 44. 2006. № 2. С. 293–297.

REFERENCES

1. Efremov V.E. *O nestatsionarnoi sostavlyayushchei diffuzioforeticheskoi skorosti tverdoi sfericheskoi chastitsy* [On a nonstationary diffusiophoresis velocity component of a solid spherical particle]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2013. 19 p. DEP. in VINITI 21.03. 2013. no. 82-B 2013.
2. Efremov V.E. [The solution of problems of nonstationary diffusiophoresis]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2013, no. 3, pp. 20–28.
3. Efremov V.E., Kuz'min M.K. [Hydrodynamic and diffusion problems in the theory of nonstationary diffusiophoresis of spherical particles]. In: *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], vol. 87, 2014, no. 4, pp. 919–928.
4. Efremov V.E., Kuz'min M.K. [The solution of the hydrodynamic problem in the theory of nonstationary diffusiophoresis of large non-volatile solid spherical particles]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2012, no. 2, pp. 15–29.
5. Malai N.V., Kalyuzhnaya E.V., Morel' D.A., Shchukin E.R. [To the problem of the thermophoresis of heated large spherical aerosol particles]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], vol. 20, 2015, no. 1, pp. 92–97.
6. Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R. [The thermophoretic movement of heated large spherical aerosol particles]. In: *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Applied Mathematics and Engineering Physics], vol. 57, 2016, no. 2 (336), pp. 164–171.
7. Storozhilova A.I. [Measurement of the velocity of movement of aerosol particles in a diffusion field of water vapor]. *Dokl. AN SSSR* [Report of the USSR Academy of Sciences], vol. 155, 1964, no. 2, pp. 426–429.
8. Shchukin E.R., Malai N.V., Shulimanova Z.L., Stukalov A.A. [On the photophoresis of a homogeneous thermal conductivity of moderately large black aerosol particles]. In: *Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika. Fizika* [Scientific bulletins of the Belgorod State University. Series: Mathematics. Physics], vol. 43, 2016, no. 13 (234), pp. 96–103.
9. Shchukin E.R., Malai N.V., Shulimanova Z.L. [Photophoretic motion of moderately large solid aerosol particles in the field of electromagnetic radiation]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta "STANKIN"* [Bulletin of the Moscow State University of Technology "STANKIN"], 2016, no. 3 (38), pp. 92–96.
10. Yalamov Yu.I., Deryagin B.V. [The theory of diffusiophoresis of large non-volatile aerosol particles]. In: *Dokl. AN SSSR* [Report of the USSR Academy of Sciences]. vol. 165, 1965, no. 2, pp. 364–367.
11. Yalamov Yu.I., Khasanov A.S. [The thermophoresis of inhomogeneous thermal conductivity sublimating aerosol particles]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Technical Physics], vol. 74, 2004, no. 7, pp. 13–18.
12. Yalamov Yu.I., Khasanov A.S. *Termoforez tvordoi sfericheskoi krupnoi aerozol'noi chastitsy s peremennoi teploprovodnost'yu s uchetom skachka temperatury na poverkhnosti* [The thermophoresis of a large solid spherical aerosol particle with variable thermal conductivity taking into account the jump of the temperature on the surface]. Moscow, Moscow Pedagogical University Publ., 1995. 23 p. DEP. in VINITI no. 3194-B95.
13. Yalamov Yu.I., Khasanov A.S. *Termoforez tverdoi sfericheskoi krupnoi aerozol'noi chastitsy s uchetom inertsionnykh effektov v uravneniyakh gidrodinamiki* [The thermophoresis of a large

solid spherical aerosol particle taking into account the inertial effects in the equations of hydrodynamics]. Moscow, Moscow Pedagogical University Publ., 1995. 33 p. DEP. in VINITI. no. 3196-B95.
14. Yalamov Yu.I., Khasanov A.S. *Teoriya dvizheniya sublimiruyushchikh i vzaimodeystvuyushchikh tverdykh sfericheskikh neodnorodnykh aerozol'nykh chastits vo vneshnikh polyakh: monografiya* [The theory of movement of sublimating and interacting rigid spherical inhomogeneous aerosol particles in external fields: a monograph]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2006. 221 p.
15. Yalamov Yu.I., Khasanov A.S. [Theory of thermophoresis of aerosol particles heterogeneous]. In: *Teplofizika vysokikh temperatur* [High Temperature], vol. 34, 1996, no. 6, pp. 929–935.
16. Yalamov Yu.I., Khasanov A.S. [Photophoresis of large sublimating aerosol particles]. In: *Teplofizika vysokikh temperatur* [High Temperature], vol. 44, 2006, no. 2, pp. 293–297.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ефремов Владимир Евгеньевич – программист, Российский государственный социальный университет;
e-mail: vefremov1986@mail.ru

Кузьмин Михаил Кузьмич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;
e-mail: lesir179@infoline.su

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Vladimir E. Efremov – programmer, Russian State Social University;
e-mail: vefremov1986@mail.ru;

Mikhail K. Kuzmin – PhD in Physics and Mathematics, associate professor, professor at the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Region State University;
e-mail: lesir179@infoline.su

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Ефремов В.Е., Кузьмин М.К. Приближенные формулы для вычисления модуля нестационарной составляющей диффузиофоретической скорости твердой сферической частицы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2017. № 3. С. 84–96.
DOI: 10.18384-2310-7251-2017-3-84-96

CORRECT REFERENCE TO THE ARTICLE

Efremov V.E., Kuzmin M.K. Approximate Formulae for Calculating the Modulus of a Nonstationary Diffusiophoresis Velocity Component of a Solid Spherical Particle In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2017, no. 3, pp. 84–96.
DOI: 10.18384-2310-7251-2017-3-84-96