

УДК(536.361)

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-52-62

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ СОЛНЕЧНОГО СВЕТА КАПЛЕЙ

Метальникова Е. Д., Константинова И. С., Калашников Е. В.

*Московский государственный областной университет
141014, Московская обл., г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

Аннотация

Цель. Выяснение особенностей взаимодействия видимого света с прозрачными неоднородностями (каплями) в атмосфере при изотермических условиях.

Процедура и методы. Интенсивность падающего излучения ограничена интенсивностью дневного света. В таком случае взаимодействие излучения с каплей ограничивается упругим рассеянием (рассеянием Рэлея). Рассматриваются два предельных случая взаимодействия света с каплей: приближение лучевой (геометрической) оптики и волновой оптики в приближении рэлеевского рассеяния. Это позволяет исследовать влияние размеров капель на рассеяние света в зависимости от длины волны.

Результаты. В пределах лучевой оптики и принятой интенсивности исследована зависимость рассеяния от размеров капли и от входа излучения в каплю. А в рамках рассеяния Рэлея реализуются известные зависимости интенсивности рассеяния от длины волны света и радиуса капли.

Теоретическая и/или практическая значимость. В пределах принятых условий взаимодействия света с (прозрачной) каплей воды рассмотренные модели (приближение лучевой оптики и приближение рассеяния Рэлея) позволили выявить зависимость рассеянного света от размеров капель, а также подтвердить характерные зависимости интенсивности рассеяния от длины волны света и радиуса капли.

Ключевые слова: лучевая (геометрическая) оптика; приближение Рэлея; размеры рассеивающей капли

MODELING OF THE SCATTERING OF SUNLIGHT BY A DROP

E. Metalnikova, I. Konstantinova, E. Kalashnikov

*Moscow Region State University
ulitsa Very Voloshinoi 24, Mytishchi 141014, Moscow Region,
Russian Federation*

Abstract

Aim. The purpose is to reveal the features of the interaction of visible light with transparent inhomogeneities (droplets) in the atmosphere under isothermal conditions.

Methodology. The intensity of the incident radiation is limited by the intensity of daylight. In this case, the interaction of radiation with a drop is limited by elastic scattering (Rayleigh scattering). Two limiting cases of the interaction of light with a drop are considered: the approximation of

ray (geometric) optics and wave optics in the Rayleigh scattering approximation. This makes it possible to study the effect of droplet sizes on light scattering depending on the wavelength.

Results. The dependence of scattering on the size of the droplet and on the entrance of radiation into the droplet is investigated within the limits of the beam optics and the accepted intensity. In the framework of Rayleigh scattering, the known dependences of the scattering intensity on the wavelength of light and the radius of the drop are realized.

Research implications. Within the accepted conditions of interaction of light with a (transparent) drop of water, the models considered (the ray optics approximation and the Rayleigh scattering approximation) revealed the dependence of scattered light on the size and shape of droplets, and also confirmed the characteristic dependences of the scattering intensity on the wavelength of light and the radius of the drop.

Keywords: ray (geometric) optics; Rayleigh approximation; scattering droplet dimensions and form

Введение

Явления рассеяния видимого света на неоднородностях в атмосфере хорошо известны [2; 5; 6; 8–10; 13; 17] и описаны в современной литературе. Эти явления учитывают рассеяние от различных источников света – от солнечного, до когерентного (лазерного) источника [3; 7; 11; 12; 15; 18]. Наиболее известным результатом такого рассеяния является появление радуги, которая возникает, как результат рассеяния некогерентного излучения на мелких каплях воды [6; 10]. Понимание явления рассеяния каплями попадающего на них излучения во многих случаях пока далеко от завершения. Например, отклонение формы капли (её деформация) может, как ожидается, привести к полному внутреннему отражению и исчезновению некоторых спектральных составляющих из первоначально падающего излучения. В настоящей работе моделируется очень малая часть всего многообразия взаимодействия видимого света с каплями – исследуется поведение излучения взаимодействующего со сферическими каплями разных размеров и в зависимости от входа излучения в каплю.

Различные условия рассеяния света

Рассматриваем взаимодействие электромагнитного излучения в пределах видимого света (см. табл. 1) с каплями воды сферической формы. Интенсивность излучения не превосходит интенсивность дневного света.

Таблица 1 / Table 1

Спектральный состав света /

Spectral composition of light

Цвет	Длина волны в <i>nm</i>	Показатель преломления (для определённых значений длин волн)
Красный	770–620	1,3289 (768,2 <i>nm</i>)
Оранжевый	620–575	1,3311 (656,3 <i>nm</i>)

Цвет	Длина волны в <i>nm</i>	Показатель преломления (для определённых значений длин волн)
Жёлтый	575–550	1,3314 (643,8 <i>nm</i>)
Зелёный	550–510	1,3330 (589,3 <i>nm</i>)
Голубой	510–480	1,3345 (546,1 <i>nm</i>)
Синий	480–450	1,3371 (486,1 <i>nm</i>)
Фиолетовый	450–380	1,343 (381,1 <i>nm</i>)

Источник: [2; 6; 8; 9].

Световая волна, с длиной волны λ , встречая препятствие размером d , либо его огибает, либо частично преломляется в нём и отражается от него. Различают несколько случаев соотношения λ и d :

(i) $\lambda \gg d$ – среда не рассеивает свет (рассеяние Релея);

(ii) $\lambda \sim d$ – световые волны огибают препятствия с размером d , меняя направление, и создают дифракционную картину (Рассеяние Ми);

(iii) $\lambda < d$ – наблюдается отражение и преломление (уже при $d > 0,1\lambda$ возрастает роль процессов отражения света [9; 10; 13; 14; 16]).

Во всех перечисленных случаях при рассматриваемых интенсивностях выполняются условия **упругого рассеяния**, при котором рассеянный свет характеризуется той же частотой, что и падающее излучение.

В этой работе рассматриваем только два крайних случая, (i) – релеевское рассеяние и (iii) – приближение геометрической (лучевой) оптики.

(iii) Для выявления особенностей отражения и преломления капель воспользуемся стандартными соотношениями [1; 4] между углами падения α и преломления β (см. рис. 1).

Углы α и β связаны между собой, показатель преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad (1)$$

Из треугольника ABD (рис. 1) угол β равен сумме двух внутренних, с ним не смежных:

$$\beta = \alpha - \beta + \gamma/2 \quad (2)$$

Тогда

$$\beta = \frac{\alpha + \gamma/2}{2} \quad (3)$$

Отсюда угол между падающим на каплю и отражённым лучами

$$\gamma = 4\beta - 2\alpha \quad (4)$$

Отношение $h/R = x$ принято называть прицельным параметром

$$x = \frac{h}{R} = \sin \alpha \quad (5)$$

Из закона преломления света (1), учитывая (2), для синуса угла преломления получаем выражение:

$$\sin \beta = \frac{x}{n} \quad (6)$$

Выразим углы α, β через прицельный параметр (5) и коэффициент преломления (1):

$$\alpha = \arcsin x$$

$$\beta = \arcsin \frac{x}{n}$$

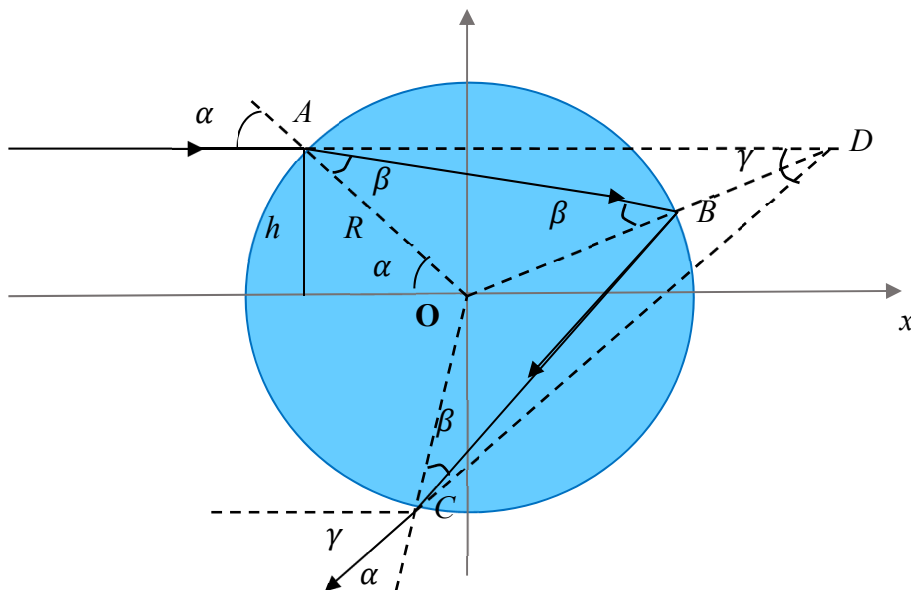


Рис. 1 / Fig. 1. Связь углов падения и отражения с коэффициентами преломления [1; 4].

α – угол падения; β – угол преломления; γ – угол отклонения луча, вышедшего из капли, от направления луча первоначального направления; показатель преломления n (воздуха) = 1 и n (воды) = 1,33; h – расстояние от прямой Oх до А (после однократного отражения света внутри капли); R – радиус капли / Relation of angles of incidence and reflection with refractive coefficients [1; 4]. α – angle of incidence; β – angle of refraction; γ – angle of deviation of the beam emerging from the drop from the direction of the beam of the initial direction; refractive index n (air)=1 and n (water)=1.33; h – distance from the line Oх to А (after a single reflection of light inside the drop); R – radius of the drop.

Источник: составлено авторами

Тогда угол выхода излучения из капли γ (рис. 1)

$$\gamma = 4 \arcsin \frac{x}{n} - 2 \arcsin x \quad (7)$$

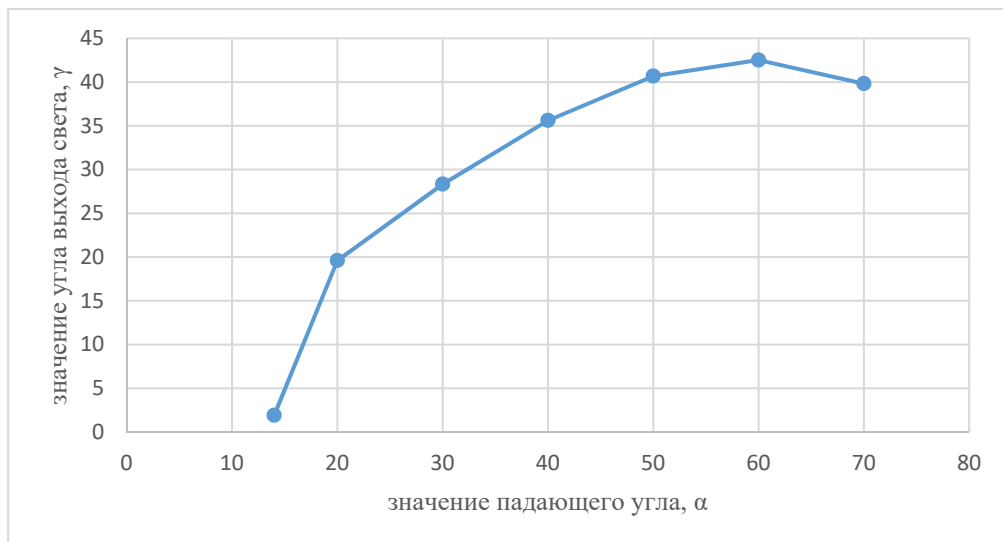


Рис. 2 / Fig. 2. Зависимость значения угла преломления от значений падающего луча (7) для $n = 1,33$ / Dependence of the value of the refractive angle on the values of the incident beam (7) for $n=1,33$.

Источник: составлено авторами

Из зависимости (см. рис. 3) следует, что чем больше значение угла падения α , тем больше угол выхода γ . Наибольшее значение угла выхода оказывается равным $\gamma = 42^\circ$

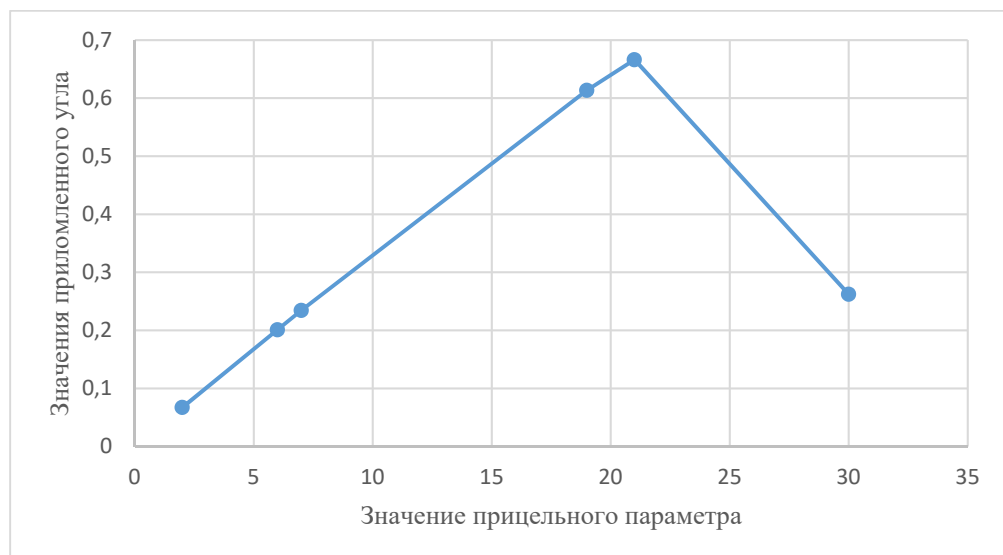


Рис. 3 / Fig. 3. Зависимость преломленного угла β от прицельного параметра x / Dependence of the refracted angle β on the aiming parameter x

Источник: составлено авторами

Наибольшее значение преломлённого угла 0,68 при $R = const$ (см. рис. 4).

$$\gamma = 4 \operatorname{arc} \frac{\frac{h}{R}}{1,33} - 2 \operatorname{arc} \frac{h}{R} \quad (7a)$$

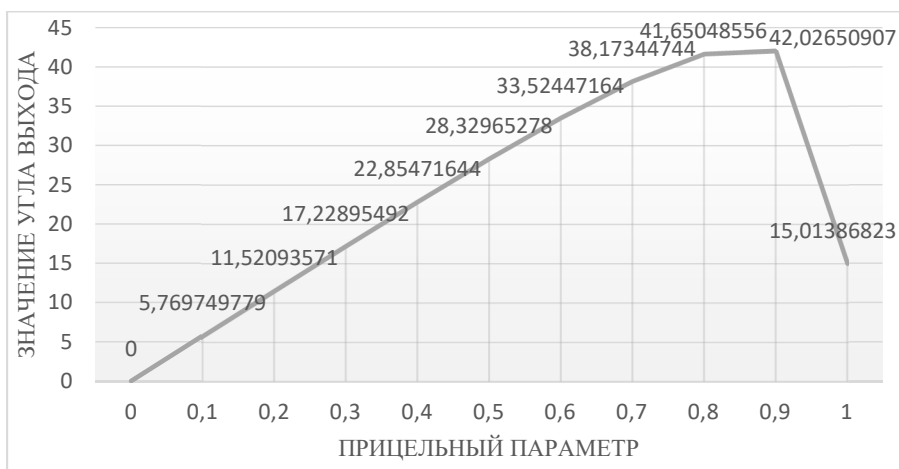


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимость угла выхода γ света из шарообразной капли воды $n_s = 1,33$ от прицельного параметра x . Числами на графике указаны средние по числу «цветов» значения угла выхода / Dependence of the exit angle γ of light from a spherical water drop $n_s = 1,33$ on the aiming parameter x . The numbers on the graph indicate the average values of the exit angle by the number of “colors”.

Источник: составлено авторами

$$\gamma = 4 \operatorname{arc} \sin \frac{x}{1,33} - 2 \operatorname{arc} \sin x$$

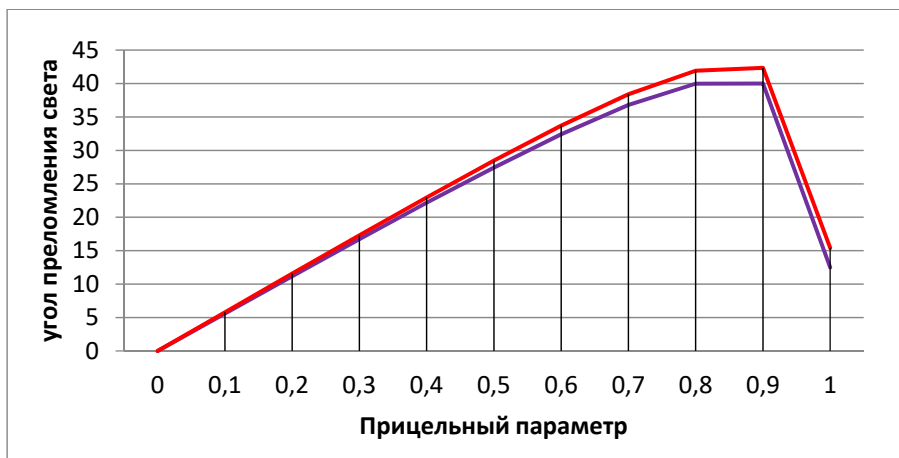


Рис. 5 / Fig. 5. Зависимость угла выхода (7) света и прицельного параметра от длины волны видимого света. Указаны два предельных случая: для красного $n_k = 1,328$ и для фиолетового $n_\phi = 1,343$ / Dependence of the light exit angle (7) and the aiming parameter on the wavelength of visible light. Two limiting cases are indicated: for red $n_k = 1,328$ and for purple $n_\phi = 1,343$.

Источник: составлено авторами

Как следует из приведённых рис. 2– 6, зависимость угла выхода γ света из сферической капли проявляет экстремальные свойства во всех случаях. К тому же ход лучей, соответствующих коротковолновому излучению (например, фиолетовый), проявляет меньшее преломление, чем длинноволновое (красное) излучение.

(i) – релеевское рассеяние. В полном виде формула Рэля [10; 16] выглядит следующим образом:

$$I = \frac{9\pi^2(1+\cos^2\theta)}{2r^2\lambda^4} \left(\frac{n_1^2 - n_0^2}{n_1^2 + 2n_0^2} \right)^2 V^2 I_0 \quad (8),$$

где I_0 – интенсивность падающего света, r – расстояние от наблюдателя до частицы, n – показатели преломления дисперсной фазы и дисперсной среды, V – объём рассеивающей частицы; λ – длина волны; θ – угол рассеяния.

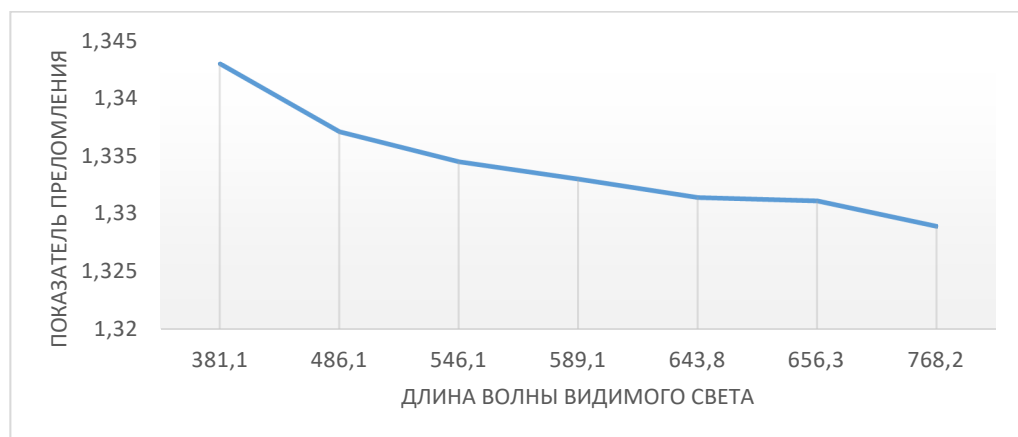


Рис. 6 / Fig. 6. Зависимость показателя преломления воды n_1 от длины волны видимого света / Dependence of the refractive index of water n_1 on the wavelength of visible light.

Источник: составлено авторами

Интенсивность, вычисленная по (8), показывает (см. рис. 7) и подтверждает, что максимальное значение интенсивности рассеяния приходится на коротковолновую часть излучения.

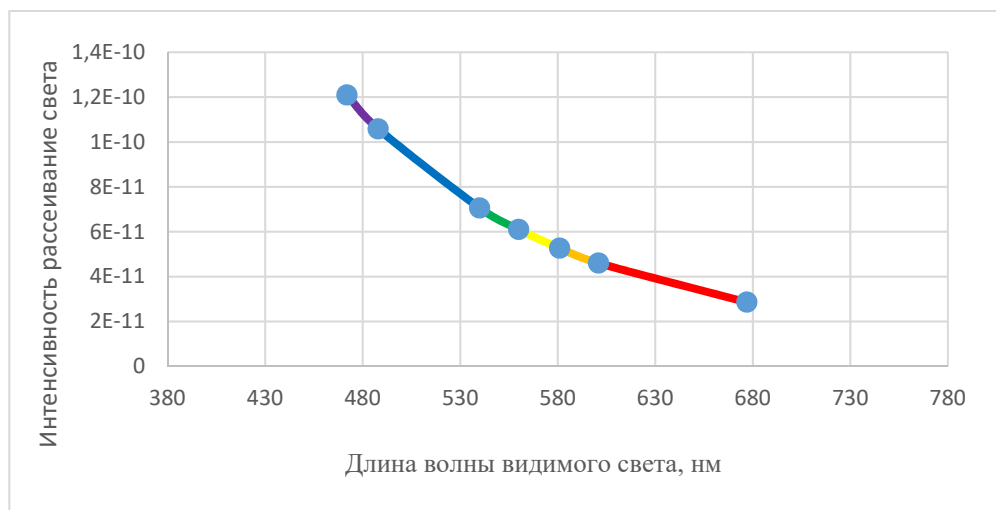


Рис. 7 / Fig. 7. Зависимость интенсивности I рассеивания света от длины волны λ видимого света для капель, размеры которых много меньше длины волны света / Dependence of the intensity I of light scattering on the wavelength λ of visible light for droplets whose dimensions are much smaller than the wavelength of light.

Источник: составлено авторами.

Вычисления по всей работе велись на языке Python.

Заключение

Сравнение двух предельных случаев взаимодействия излучения (соответствующего интенсивности дневного света) $\lambda \gg d$ (релеевское рассеяние) и $\lambda < d$ (лучевое преломление) проявляет противоположное поведение. Релеевское рассеяние показывает, что коротковолновое излучение (его интенсивность) выше, чем для длинноволнового излучения (рис. 7). Однако в случае лучевой оптики ($\lambda < d$) капля преломляет сильнее длинноволновое излучение (рис. 5).

Статья поступила в редакцию 11.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И. Математическое понимание природы. М.: изд-во МЦНМ, 2011. 144 с.
2. Дацюк В. В., Измайлов И. А. Оптика микрокапель // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 10. С. 1117–1129. DOI: 10.3367/ufnr.0171.200110m.1117.
3. Светорассеяние аэрозольными частицами в газоанализаторах на молекулярных ядрах конденсации / Купцов В. Д., Кянджециан Р. А., Кателевский В. Я., Валюхов В. П. // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Серия: Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2011. № 1 (115). С. 178–186.
4. Майер В. В. Капли. Струи. Звук. Учебные исследования. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 376 с.

5. Мельникова И. Н. Пределы применимости теории рассеяния при расчетах в облаке // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Т. 5. № 1. С. 491–496.
6. Нуссенцвейг Х. Теория радуги // Успехи физических наук. 1978. Т. 125. № 3. С. 527–547. DOI: 10.3367/UFNr.0125.197807e.0527.
7. Собельман И. И. К теории рассеяния света в газах // Успехи физических наук. 2002. Т. 172. № 1. С. 85–90. DOI: 10.3367/UFNr.0172.200201e.0085.
8. Тарасов Л. В., Тарасова А. Н. Беседы о преломлении света. М.: Наука, 1982. 175 с.
9. Хвостиков И. А. Теория рассеяния света и ее применение к вопросам прозрачности атмосферы и туманов // Успехи физических наук. 1940. Т. 24. № 2. С. 165–227. DOI: 10.3367/UFNr.0024.194006a.0165.
10. Хюлст Г. К. ван де. Рассеяние света малыми частицами. М.: Иностранная литература, 1961. 536 с.
11. Abud M. M. Measure of Backscatter for small particles of atmosphere by lasers // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1003, IBN Al-Haitham First International Scientific Conference (13–14 December 2017, Baghdad, Iraq). P. 012079. DOI: 10.1088/1742-6596/1003/1/012079.
12. Droplet sizing in spray flame synthesis using wideangle light scattering (WALS) / Aßmann S., Münsterjohann B., Huber F. J. T., Will S. // Applied Physics B. 2020. Vol. 126. Iss. 5. P. 92. DOI: 10.1007/s00340-020-07443-2.
13. Chew W. C. Lectures on Electromagnetic Field Theory. USA: Purdue University, 2020. 483 p.
14. Light scattering by microdroplets of water and water suspensions / Jakubczyk D., Zientara M., Derkachov G., Kolwas K., Kolwas M. // Proceedings of SPIE. 2005. Vol. 5849. Fifth Workshop on Atomic and Molecular Physics. DOI: 10.1117/12.629464.
15. Mätzler C. Mie Scattering With and Without Diffraction: Research Report No. 2004-02. Institute of Applied Physics, University of Bern [Электронный ресурс]. URL: <https://boris.unibe.ch/146548/1/835.pdf> (дата обращения: 10.12.2021)
16. Nousiainen T. Scattering of Light by Raindrops with Single-Mode Oscillations // Journal of Atmospheric Sciences. 2000. Vol. 57. No. 6. P. 789–802. DOI: 10.1175/1520-0469(2000)057<0789:SOLBRW>2.0.CO;2.
17. Park S., Sung J, Chang T. Characterization of Spherical Particles by Light Scattering // Bulletin of the Korean Chemical Society. 1991. Vol. 12. No. 3, P. 322–328.
18. Mean path length invariance in multiple light scattering / Savo R., Pierrat R., Najar U., Carminati R., Rotter S., Gigan S. // Science. 2017. Vol. 358. Iss. 6364. P. 765–768. DOI: 10.1126/science.aan4054.

REFERENCES

1. Arnol'd V. I. *Matematicheskoye ponimaniye prirody* [Mathematical understanding of nature]. Moscow, Moscow Center for Continuous Mathematical Education Publ., 2011. 144 p.
2. Datsyuk V. V., Izmaylov I. A. [Optics of microdroplets]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2001, vol. 171, no. 10, pp. 1117–1129. DOI: 10.3367/ufnr.0171.200110m.1117.
3. Kuptsov V. D., Kyandzhetsian R. A., Katelevskiy V. Ya., Valyukhov V. P. [Light scattering by aerosol particles in gas analyzers based on molecular condensation nucleus effect]. In: *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo*

- politekhnicheskogo universiteta. Seria: Informatika. Telekommunikatsii. Upravleniye* [St. Petersburg Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems], 2011, no. 1 (115), pp. 178–186.
4. Mayyer V. V. *Kapli. Strui. Zvuk. Uchebnyye issledovaniya* [Drops. Jets. Sound. Educational research] Moscow, FIZMATLIT Publ., 2008. 376 p.
 5. Mel'nikova I. N. [Limits of applicability of the theory of scattering in calculations in the cloud]. In: *Sovremennyye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa* [Current problems in remote sensing of the Earth from space], 2008, vol. 5, no. 1, pp. 491–496.
 6. Nussentsveyg H. [The theory of the rainbow]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 1978, vol. 125, no. 3, pp. 527–547. DOI: 10.3367/UFNr.0125.197807e.0527.
 7. Sobel'man I. I. [On the theory of light scattering in gases]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2002, vol. 172, no. 1, pp. 85–90. DOI: 10.3367/UFNr.0172.200201e.0085.
 8. Tarasov L. V., Tarasova A. N. *Besedy o prelomlenii sveta* [Conversations about the refraction of light]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 175 p.
 9. Khvostikov I. A. [Theory of Light Scattering and Its Application to Problems of Atmospheric and Fog Transparency]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 1940, vol. 24, no. 2, pp. 165–227. DOI: 10.3367/UFNr.0024.194006a.0165.
 10. van de Hulst H. K. *Rasseyaniye sveta malymi chastitsami* [Light Scattering by Small Particles]. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1961. 536 p.
 11. Abud M. M. Measure of Backscatter for small particles of atmosphere by lasers. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1003, IBN Al-Haitham First International Scientific Conference (13–14 December 2017, Baghdad, Iraq), pp. 012079. DOI: 10.1088/1742-6596/1003/1/012079.
 12. Aßmann S., Münsterjohann B., Huber F. J. T., Will S. Droplet sizing in spray flame synthesis using wideangle light scattering (WALS). In: *Applied Physics B*, 2020, vol. 126, iss. 5, pp. 92. DOI: 10.1007/s00340-020-07443-2.
 13. Chew W. C. *Lectures on Electromagnetic Field Theory*. USA, Purdue University, 2020. 483 p.
 14. Jakubczyk D., Zientara M., Derkachov G., Kolwas K., Kolwas M. Light scattering by microdroplets of water and water suspensions. In: *Proceedings of SPIE*, 2005, vol. 5849. Fifth Workshop on Atomic and Molecular Physics. DOI: 10.1117/12.629464.
 15. Mätzler C. Mie Scattering With and Without Diffraction: Research Report No. 2004-02. Institute of Applied Physics, University of Bern. Available at: <https://boris.unibe.ch/146548/1/835.pdf> (accessed: 10.12.2021)
 16. Nousiainen T. Scattering of Light by Raindrops with Single-Mode Oscillations. In: *Journal of Atmospheric Sciences*, 2000, vol. 57, no. 6, pp. 789–802. DOI: 10.1175/1520-0469(2000)057<0789:SOLBRW>2.0.CO;2.
 17. Park S., Sung J, Chang T. Characterization of Spherical Particles by Light Scattering. In: *Bulletin of the Korean Chemical Society*, 1991, vol. 12, no. 3, pp. 322–328.
 18. Savo R., Pierrat R., Najar U., Carminati R., Rotter S., Gigan S. Mean path length invariance in multiple light scattering. In: *Science*, 2017, vol. 358, iss. 6364, pp. 765–768. DOI: 10.1126/science.aan4054.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Метальникова Елизавета Дмитриевна – студентка 2 курса физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: metalnikowa.elizaveta@yandex.ru;

Константинова Ирина Сергеевна – студентка 2 курса физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: irinakonstantinova191@gmail.com;

Калашников Евгений Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики Московского государственного областного университета;
e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Elisaveta D. Metalnikova – 2nd year student of the Faculty of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: metalnikowa.elizaveta@yandex.ru

Irina S. Konstantinova – 2nd year student of the Faculty of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: irinakonstantinova191@gmail.com;

Evgeniy V. Kalashnikov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Computational Mathematics and Methods of Teaching Informatics, Moscow Region State University;
e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Метальникова Е. Д., Константинова И. С., Калашников Е. В. Моделирование рассеяния солнечного света каплей // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 1. С. 52–62.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-52-62.

FOR CITATION

Metalnikova E. D., Konstantinova I. S., Kalashnikov E. V. Modeling of the scattering of sunlight by a drop. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 1, pp. 52–62.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-52-62.