

УДК 533.15

**В.Н. Косов¹, М.С. Молдабекова¹,
О.В. Федоренко², В. Мукамеденкызы²**

¹Казахский национальный педагогический университет им. Абая
(г. Алматы, Казахстан)

²Казахский национальный университет им. аль-Фараби (г. Алматы,
Казахстан)

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ С РЕАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Аннотация. Проведено исследование влияния кластерного состава в бинарных газовых смесях $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ и $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ на неустойчивость механического равновесия. Бинарные смеси рассматриваются как трехкомпонентные система $\text{CO}_2\text{-(CO}_2)_2\text{-N}_2\text{O}$ и $\text{N}_2\text{O-(N}_2\text{O)}_2\text{-CO}_2$. Кластерный состав компонентов рассчитывался на основе анализа вириального уравнения состояния при различных давлениях. Полученные данные свидетельствуют о том, что при увеличении концентрации димеров CO_2 и N_2O наблюдается рост критических чисел Рэлея, определяющих переход из устойчивого состояния в неустойчивое.

Ключевые слова: Устойчивая диффузия, концентрационная гравитационная конвекция, механическое равновесие, кластерный состав, смеси газов, давление.

V. Kossov¹, M. Moldabekova¹, O. Fedorenko², V. Mukamedenkyzy²

¹Abay Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

INSTABILITY OF MECHANICAL EQUILIBRIUM STATE OF THE ISOTHERMAL GAS MIXTURES WITH REAL PROPERTIES

Abstract. Study of the influence of cluster composition in binary gas mixtures $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ and $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ on the instability of mechanical equilibrium is carried out. Binary mixtures are considered as three-component systems $\text{CO}_2\text{-(CO}_2)_2\text{-N}_2\text{O}$ and $\text{N}_2\text{O-(N}_2\text{O)}_2\text{-CO}_2$. Cluster composition of the components is calculated on the basis of virial state equation analysis at the different pressures. System Ar- Finding indicates that the increase of critical Rayleigh numbers determining the transition from the stable state to the unstable one is observed with increasing dimmer concentration of CO_2 and N_2O .

Keywords: Stable diffusion, concentration gravitational convection, mechanical equilibrium, cluster composition, gas mixtures, pressure.

При изучении диффузионного термоэффекта в тройных газовых системах с балластным газом методом Лошмидта в условиях устойчивой стратификации массовой плотности, Миллер и Мейсон [9, с. 714-716] обнаружили наличие отклонений изменения температуры от ожидаемого её монотонного возрастания. Наблюдения процесса диффузии в некоторых системах по обе стороны от границы раздела газов показали, что эти изменения температуры имеют колебательный характер продолжительностью несколько секунд. Дальнейшие экспериментальные исследования [2, с. 94; 4, с. 36-38] подтвердили, что колебательный режим приводит к аномальному срыву устойчивой диффузии, сопровождающейся возникновением значительных (во много раз интенсивнее диффузионных) конвективных потоков, налагаемых на молекулярный диффузионный процесс, приводящие к нарушению состояния механического равновесия в системе. При этом условия диффузионной устойчивости становятся сложнее: наряду с простой неперiodической неустойчивостью, становится возможной также и колебательная неустойчивость, т.е. самовозбуждение колебаний. В других же системах процесс массопереноса в замкнутых сосудах может протекать устойчиво, т.е. в хорошем приближении состояние механического равновесия действительно устанавливается за время, значительно меньше времени, характерного для диффузионного смешения.

Возможность потери диффузионной устойчивости при определенных условиях (геометрические параметры диффузионного канала, давление, температура) открывает путь к переходным явлениям, что может привести к внутренней дифференциации и сложному поведению системы. В частности, экспериментальные исследования показали, что в режиме развитой конвекции перенос смеси происходит не как целое, а с преобладанием тяжелого компонента. Из экспериментальных данных в бинарных и трехкомпонентных газовых системах можно определить области концентрационной гравитационной конвекции и диффузии, которые реализуются при диффузионном смешении. Концентрационная конвекция представляет собой сложные структурированные течения.

Следует, однако, отметить, что можно найти некоторые критерии, предсказывающие область термодинамических параметров неустойчивости состояния механического равновесия при диффузии в рамках теории устойчивости. Таким параметром, определяющим границу неустойчивости состояния механического равновесия в многокомпонентных газовых смесях, является критическое число Рэлея, значение которого зависит от геометрии диффузионного канала и термодинамических свойств смешивающихся газов [4, с.83, 93]. Возможность срыва диффузионного режима смешения зависит и от реальных свойств смешивающихся компонентов. Таким свойством может являться образование квазисвязанных состояний, которые по существу не что иное, как форма молекулярной ассоци-

ации из двух и более групп молекул, что приводит к рассмотрению бинарных смесей как тройных и т.д. Первой поправкой при учете неидеальности газа является второй вириальный коэффициент $B(T)$, который позволяет получить определенные сведения о характере межмолекулярных сил. Следует отметить, что возможность образования квазисвязанных состояний молекул учтены во втором вириальном коэффициенте [8, p. 3931; 10, p. 1531]. Этот метод используется как приближение в теории конденсации, вязкости, теплопроводности, в теории образования молекул и т.д.

Следует отметить, что исследования о кинетических переходах для колебательных процессов, обусловленные неустойчивостью механического равновесия системы, когда в газовой смеси за счет различия реальных свойств компонентов могут образовываться комплексы (кластеры) молекул не проводились. Изучение этого вопроса имеет важное значение, так как кроме определения граничных параметров, формирующих смену режимов, появляется возможность управления интенсивностью конвективного смещения.

В данной работе излагаются некоторые аспекты оценки влияния кластерного состава в газе на границу кинетического перехода «диффузия – гравитационная конвекция» при изотермическом диффузионном смешении газов. Проведено изучение неустойчивости состояния механического равновесия бинарных газовых смесей Ar-N₂, CO₂-N₂O, N₂O-CO₂ в цилиндрическом канале кругового сечения при различных температурах и в плоском вертикальном канале при различных температурах, давлениях и концентрациях димеров аргона, двуокиси углерода и закиси азота. Расчет долей молекул, образующих ассоциации, основан на использовании вириального уравнения состояния [8, p. 3931; 10, p. 1531]. В этом методе второй вириальный коэффициент выражается через константу равновесия для кластерного образования в предположении, что газ представляет собой идеальную смесь мономеров и димеров.

Предполагается, что молекулы углекислого газа и закиси азота ассоциируются в бинарные группы – димеры, и тогда бинарные смеси CO₂-N₂O и N₂O-CO₂ рассматриваются как трехкомпонентные системы CO₂-(CO₂)₂-N₂O и N₂O-(N₂O)₂-CO₂ соответственно. Такое предположение позволяет определить области диффузии и неустойчивости механического равновесия бинарных газовых смесей в кластерном приближении при различных давлениях и температурах, используя подходы, описанные в работах [1, с. 67-84, 122-127; 2, с. 92-97; 4, с. 73-103].

При изучении влияния кластерного состава задача на устойчивость решалась при граничных условиях, предполагающих отсутствие возмущений скорости и потока вещества на стенках канала. Решение этой задачи позволило определить спектр критических чисел Рэлея, зависящий от азимутальных n и радиальных составляющих l структуры движения [1, с. 67-84, 122-127]. Движение с $l = 1$ и $n = 1$ (диаметрально-

антисимметричное движение) с точки зрения устойчивости является «опасным», т.е. диффузионный процесс становится неустойчивым и возникают конвективные движения. Этому критическому движению соответствует число Рэлея равное $R=67,95$ при $\gamma=2,8712$, где $\gamma = R^{1/4}$.

Для определения условий устойчивости рассматриваемой трехкомпонентной системы мы воспользовались подходом, который был применен при исследовании конвективной устойчивости жидкости в цилиндрическом канале кругового сечения [1, с. 71-78]. Как и для случая жидкости, возможны два вида неустойчивости – относительно монотонных и колебательных возмущений. Граница монотонной неустойчивости определяется формулой:

$$\tau_{11} \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \right) R_1 + \left(\tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \right) R_2 = \gamma^4 (\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21}) , \quad (1)$$

где $R_i = g \beta_i A_i d^4 / \nu D_{ii}^*$ – парциальное число Рэлея; $\tau_{ij} = D_{ij}^* / D_{22}^*$ – параметры, определяющие соотношение между практическими коэффициентами диффузии; $\beta_i = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial c_i} \right)_{p,T}$; $A_i \mathbf{e}_z = -\nabla c_{i0}$ (индекс 0 относится

к средним значениям).

В таблице 1 приведены значения критических чисел Рэлея R_1 и R_2 , которые на плоскости (R_1, R_2) определяют положение границы перехода из одного режима смешения в другой при различных давлениях и температуре 298,0 К. Граничные числа Рэлея получены для случая линейного распределения концентраций компонентов в диффузионном канале.

Решение задачи о возникновении неустойчивости механического равновесия бинарной газовой смеси в плоском вертикальном канале при граничных условиях, предполагающих обращение в нуль скорости и потока вещества на границах диффузионного потока, имеет следующий спектр критических чисел Рэлея: $R_1 = 31,29; R_3 = 931,8; R_5 = 5570; \dots$ при $\gamma_1 = 2,365; \gamma_3 = 5,498; \gamma_5 = 8,639; \dots$ соответственно, который определяет неустойчивость механического равновесия смеси при различных модах возмущений. Нами рассмотрен случай влияния кластерного образования в углекислом газе для первой моды возмущений $n = 1$, что соответствует переходу от устойчивого диффузионного процесса к концентрационной гравитационной конвекции при смешении двуокиси углерода и закиси азота в плоском диффузионном канале. Граница монотонной неустойчивости для данной геометрии канала определяется по формуле аналогичной (1). Результаты расчета с учетом кластерного состава для линейного распределения концентраций в диффузионном канале приведены в таблице 1.

Экспериментальные данные авторов [3, с. 129,130; 5, с. 115,116; 7, с. 174,175] показали, что в системе углекислый газ – закись азота при расположении CO_2 в верхней колбе, а N_2O в нижней колбе характер процесса смешения был аналогичен поведению газовой системы Ar–He. При расположении N_2O в верхней колбе диффузионного аппарата и CO_2 в нижней изменение концентрации продиффундировавших компонентов было незначительным. Несмотря на практически одинаковый молекулярный вес диффундирующих компонентов ($\mu_{\text{CO}_2} = 44,011 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $\mu_{\text{N}_2\text{O}} = 44,013 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при верхнем расположении углекислого газа в двухколбовом аппарате по отношению к закиси азота в системе возникала свободная конвекция, а при смене газов местами – нет.

Термодинамические параметры, используемые в расчетах при $T = 293,0$ К и $p = 0,101$ МПа имеют следующие значения: $D_{\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}} = 0,114 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{N}_2\text{O-dimCO}_2} = 0,0822 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{CO}_2\text{-dimCO}_2} = 0,0825 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{N}_2\text{O-dimN}_2\text{O}} = 0,0819 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{CO}_2\text{-dimN}_2\text{O}} = 0,0823 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $\rho_{\text{N}_2\text{O}} = 1,9778$ кг/м³; $\rho_{\text{CO}_2} = 1,8411$ кг/м³; $\rho_{\text{dimCO}_2} = 2,7718$ кг/м³; $\rho_{\text{dimN}_2\text{O}} = 2,7691$ кг/м³; $\eta_{\text{N}_2\text{O}} = 1,46 \cdot 10^{-5}$ Па·с; $\eta_{\text{CO}_2} = 1,463 \cdot 10^{-5}$ Па·с; $\eta_{\text{dimCO}_2} = 1,688 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Взаимные коэффициенты диффузии и вязкости рассчитаны по методам, приведенным в [6, с. 215, 220, 222], с использованием постоянных сил взаимодействия для потенциала (6-12) Леннарда-Джонса.

Результаты расчета граничных чисел Рэлея с учетом кластерного состава углекислого газа и закиси азота приведены в таблицах 1, 2 для системы $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$, а для системы $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ – в таблицах 3, 4.

Таблица 1

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава CO_2 в системе $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ при различных давлениях.

p , МПа	$A_1 = c_{\text{CO}_2}$	$A_2 = c_{\text{dimCO}_2}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
0,281	0,914795	0,085205	31,79389	31,23296	69,071225	67,8526
1,375	0,908561	0,091439	31,83118	31,23337	69,152232	67,8535
1,427	0,905097	0,094903	31,8519	31,2336	69,197244	67,854
1,458	0,903019	0,096981	31,86433	31,23374	69,224245	67,8543
1,500	0,900248	0,099752	31,8809	31,23392	69,260251	67,8547
1,750	0,883623	0,116377	31,98034	31,235	69,476267	67,857
2,000	0,866997	0,133003	32,07977	31,23607	69,692283	67,8594
2,250	0,850372	0,149628	32,17919	31,23714	69,908273	67,8617
2,500	0,833747	0,166253	32,27861	31,2382	70,124249	67,864
2,771	0,815736	0,184264	32,3863	31,23934	70,358217	67,8665
3,198	0,787334	0,212666	32,55612	31,24113	70,727135	67,8704
3,604	0,760318	0,239682	32,71763	31,24281	71,078015	67,874
4,000	0,733995	0,266005	32,87499	31,24443	71,419861	67,8775
4,500	0,700744	0,299256	33,07373	31,24646	71,851631	67,8819

Таблица 2

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава CO_2 в системе $\text{CO}_2\text{--N}_2\text{O}$ при различных давлениях и нелинейном распределении концентрации компонентов.

p, MPa	$A_1 = \frac{dc_{\text{CO}_2}}{dz}$	$A_1 = \frac{dc_{\text{dim CO}_2}}{dz}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
1,281	13,12676	1,218	32,30132	31,18298	70,173596	67,744
1,375	13,04145	1,3071	32,37534	31,18387	70,334406	67,746
1,427	12,99401	1,3566	32,41645	31,18436	70,42371	67,747
1,458	12,96554	1,3863	32,4411	31,18465	70,477265	67,7477
1,500	12,92757	1,4259	32,47397	31,18501	70,54866	67,7485
1,750	12,69948	1,6635	32,67091	31,18738	70,976508	67,7535
2,000	12,47089	1,9012	32,86747	31,18968	71,403533	67,7586
2,250	12,24183	2,1388	33,06363	31,19197	71,829682	67,7636
2,500	12,0123	2,3764	33,2594	31,19423	72,254979	67,7685
2,771	11,76311	2,6338	33,47104	31,19665	72,714767	67,7737
3,198	11,36905	3,0397	33,80384	31,20041	73,437776	67,7819
3,604	10,993	3,4258	34,11934	31,20392	74,123174	67,7895
4,000	10,62546	3,8019	34,42573	31,2073	74,788802	67,7969
4,500	10,15963	4,2771	34,81134	31,21148	75,626523	67,8059

Таблица 3

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава N_2O в системе $\text{N}_2\text{O--CO}_2$ при различных давлениях.

p, MPa	$A_1 = c_{\text{CO}_2}$	$A_2 = c_{\text{dim N}_2\text{O}}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
1,500	1	0,117327	31,99278	31,20982	69,503293	67,8023
1,990	1	0,155621	32,22734	31,21038	70,012869	67,8036
2,500	1	0,195545	32,46519	31,2109	70,529585	67,8047
3,198	1	0,250135	32,79489	31,21164	71,245856	67,8063
4,000	1	0,312872	33,1738	31,21246	72,069022	67,8081

Таблица 4

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава N_2O в системе $\text{N}_2\text{O--CO}_2$ при различных давлениях и нелинейном распределении концентрации компонентов.

p, MPa	$A_1 = \frac{dc_{\text{CO}_2}}{dz}$	$A_1 = \frac{dc_{\text{dim N}_2\text{O}}}{dz}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
1,500	-14,36248	1,6748	31,28417	31,43791	67,963855	68,29962
1,990	-14,38224	2,2215	31,28417	31,43811	67,963855	68,2996
2,500	-14,40018	2,7915	31,28417	31,4383	67,963855	68,29959
3,198	-14,42046	3,571	31,28417	31,43851	67,963855	68,29957
4,000	-14,4379	4,4669	31,28417	31,43869	67,963855	68,29955

Для системы $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ предположение о кластеризации углекислого газа, как следует из таблиц 1, 2, приводит к тому, что граничное число R_2 приближается к теоретическому значению, а граничное число R_1 увеличивается. Данные, приведенные в таблицах 3, 4 для системы $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ с учетом димеризации закиси азота, показывают противоположную тенденцию.

Опытные данные выражаются через парциальные числа Рэлея, которые в применении к диффузионному каналу с радиусом r и длиной L записываются следующим образом:

$$R_1 = \frac{gnr^4 \Delta m_1}{\rho v D_{11}^*} \cdot \frac{\Delta c_1}{L}, R_2 = \frac{gnr^4 \Delta m_2}{\rho v D_{22}^*} \cdot \frac{\Delta c_2}{L}, \quad (2)$$

где $\Delta c_1 = c_{1u} - c_{1l}$, $\Delta c_2 = c_{2u} - c_{2l}$, $\Delta m_1 = m_1 - m_2$, $\Delta m_2 = m_2 - m_3$, m_i – масса молекулы i -го сорта. Результаты расчета парциальных чисел Рэлея с учетом кластерного состава Ar в системе $\text{Ar-(Ar)}_2\text{-N}_2$ приведены в таблице 5. Для сравнения в таблице 5 также приведены парциальные числа Рэлея для системы Ar-N_2 , восстановленные из экспериментальных данных.

Таблица 5

Парциальные числа Рэлея

P, МПа	Вычисленные с учетом кластерного состава		Восстановленные из экспериментальных данных [9]
	$R_1 \cong \frac{\Delta c_1}{L}$	$R_2 \cong \frac{\Delta c_2}{L}$	R
0,289	22,7893	0,579	20,1923
0,331	29,8868	0,8695	25,0000
0,584	92,8923	4,7647	73,0769
0,682	126,609	7,5815	99,0385
0,780	165,5111	11,3318	144,2308
1,074	313,2391	29,5026	239,4231

Приведенные в таблице 5 данные позволяют сделать вывод, что парциальные числа Рэлея для системы $\text{Ar-(Ar)}_2\text{-N}_2$, рассчитанные с учетом кластерного состава смеси растут с увеличением давления и отличаются от экспериментальных данных до 30 %.

Таким образом, проведенные исследования показывают смещение области диффузии и неустойчивости механического равновесия бинарных газовых смесей в кластерном приближении при различных давлениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость нежимаемой жидкости. - М.: Наука, 1972. - 392 с.
2. Жаврин Ю.И., Косов В.Н. Влияние температуры на процесс диффузионной неустойчивости // ИФЖ. - 1988. - Т. 55, № 1. - С. 92-97.
3. Косов В.Н., Поярков И.В., Лысенко А.П., Анкушева Н.Б. Диффузионное и конвективное смешение в бинарной газовой смеси $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ // Материалы четвертой Российской национальной конференции по теплообмену. - М.: МЭИ, 2006. - Т.3. - С.129-132.
4. Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальное возникновение свободной гравитационной конвекции в изотермических тройных газовых смесях. – Екатеринбург: Институт теплофизики УрО РАН, 2004. - 149 с.
5. Кульжанов Д.У. Устойчивость механического равновесия в бинарных газовых смесях при различных температурах // Вестник КазГУ. Серия физ. - 2002. - № 2. - С.115-118.
6. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. - М.: Мир, 1976. - 556 с.
7. Akylbekova G., Kosov V.N., Poyarkov I.V., Zhavrin Yu.I. Diffusion in isothermal ternary gas mixtures // International Review of Chemical Engineering. - 2010. - V. 2 (1). - P. 174-177.
8. Calo J.M., Brown J.H. The calculation of equilibrium mole fractions of polar – polar, nonpolar - polar and ion dimmers // J. Chem. Phys. - 1974. - V.61, №10. - P.3931-3944.
9. Miller L., Mason E.A. Oscillating instabilities in multicomponent diffusion // Phys. Fluids. - 1966. - V.9, № 3. - P. 367-380.
10. Stogryn D.E., Hirschfelder J.O. Contribution of Bound, Metastable, and Free Molecules the Second Virial Coefficient and Some Properties of Double Molecules // J. Chem. Phys. - 1959. - V.31, №6. - P.1531-1544.

А.И. Уткин

Московский государственный областной университет,

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА
В ТОНКОМ МЕТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ**

Аннотация: произведён расчёт распределения электрического тока в тонком металлическом слое с учётом различных коэффициентов зер-